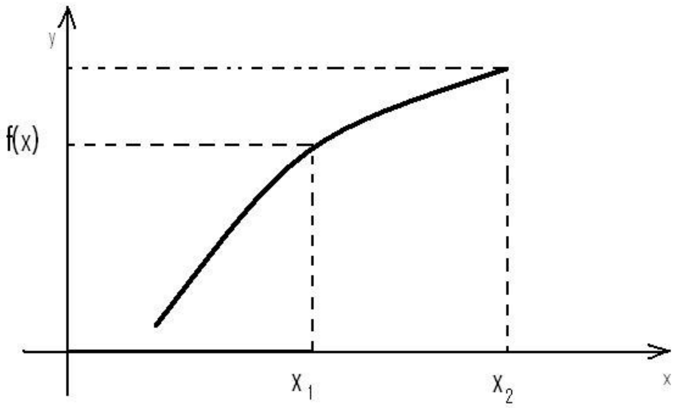
Esempio: Sia data $f(x) = 3x^2 + 5$ stabilire se e' monotona crescente o decrescente.



presi $x_1 < x_2$ bisogna provare che $f(x_1) < f(x_2)$ per dimostrarne la crescenza, al contrario se dovesse accadere che $f(x_1) > f(x_2)$ fermo restante che $x_1 < x_2$ allora avremmo provato che la funzione è decrescente. IN ultima analisi potrà capitare che la funzione non sia sempre tale che $f(x_1) > f(x_2)$ oppure $f(x_1) < f(x_2)$; in questo caso dovremo dedurre che la funzione non è né crescente né decrescente su tutto **R**

La prima cosa da fare scegliere in modo opportuno x_1 ed x_2, in modo che sia $x_1 < x_2$. La scelta più opportuna è la seguente, con

$x_1 = x$ (1)

e $x_2 = x + 1$ (2)

in modo che l'ordine $x_1 < x_2$ sia chiaramente sempre rispettato, qualunque sia x .

Nel nostro caso dovendo tradurre $f(x_1) < f(x_2)$ avremo:

$$3x_1^2 + 5 < 3x_2^2 + 5$$

tenendo conto di quanto scelto nelle condizioni (1) e (2), andando a sostituire, otterremo quindi:

$3(x)^2 + 5 < 3(x+1)^2 + 5$

procedendo alle opportune semplificazioni all'interno della nostra disequazione di secondo grado, otteniamo:

$$x^2 < (x+1)^2$$

dalla quale,

$$x^2 < x^2 + 2x + 1 \quad => \quad -2x < +1 \quad => \quad x > -\frac{1}{2}$$

Richiamo (1)

A questo punto dobbiamo ragionare sulle possibili situazioni che potrebbero capitare:

- *se dovessimo ottenere una **disuguaglianza** sempre vera => f è crescente su **R***
- *se dovessimo ottenere una **disuguaglianza** sempre falsa => f è decrescente su **R***
- *se invece dovessimo ottenere, come nel nostro caso, una **disequazione** (infatti la x non è scomparsa, ed appare evidente che la stessa è vera per alcuni intervalli e non lo è per altri => la f non è né monotona crescente, né monotona decrescente su tutto **R**, ma lo sarà evidentemente solo a tratti in alcuni intervalli..*

dalle osservazioni possibili fatte dal richiamo (1) possiamo dedurre che la nostra funzione non è né monotona crescente né monotona decrescente su tutto **R**.

Definizione: Sia f una funzione, si dice che è una **funzione pari**, se :

$f(x) = f(-x)$, $\forall x \in D$ dove D = dominio della funzione

Esempio di funzione pari:Studiare la funzione $f(x) = 3x^2 + 5$ e dire se è una funzione pari

Sostituendo al posto di x il valore -x nella f troveremo:

quanto vale la $f(-x)$, ovvero:

$f(-x) = 3(-x)^2 + 5 + 5 = 3x^2 + 5$ essendo quindi evidente che :

$$f(x) = f(-x),$$

Definizione: Sia f una funzione, si dice che è una **funzione dispari**, se :

$f(x) = -f(-x)$, $\forall x \in D$ dove D = dominio della funzione

Esempio di funzione dispari: Studiare la funzione $f(x) = 3x^3 - 2x$ e verificare se è dispari.

$f(x) = 3x^3 - 2x$

$f(-x) = 3(-x)^3 - 2(x) = -3x^3 + 2x$

$-f(-x) = 3x^3 - 2$ questa funzione è dispari**.**

Esempio di funzione né pari né dispari: Studiare la funzione $f(x) = 3x^2 - 2$ e la sua eventuale parità.

$f(-x) = 3(-x)^3 - 2 = 3x^3 - 2$

$-f(-x) = 3x^3 + 2$

qui invece appare evidente che $f(x) \neq -f(-x)$ quindi la funzione non è dispari

Osservazione importante:

Non è detto che una funzione debba essere per forza di cose pari o dispari, ma potrà accadere di trovare funzioni che non siano né pari né dispari, come nell'esempio appena visto.