

**Definizione di Dominio di funzione**

Sia  $f$  da  $\mathbb{R}$  in  $\mathbb{R}$  una corrispondenza.

Si chiama dominio un sottoinsieme di  $\mathbb{R}$ ,  $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}$  tale che:  $f: \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$  sia una funzione.

**Esempio 1:**  $f(x) = \frac{1}{x}$  con  $x \in \mathbb{R} \Rightarrow f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \rightarrow \frac{1}{x}$$

Questa non è una funzione perché l'insieme di partenza essendo tutto  $\mathbb{R}$  comprende anche il numero zero che evidentemente crea dei problemi essendoci la divisione per zero. Per farla diventare una funzione bisognerà ad esempio ridurre l'insieme di partenza in questo modo:

$$f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \rightarrow \frac{1}{x}$$

In questo modo, avendo escluso lo zero, questa è diventata una funzione dove il dominio  $\mathcal{D}$  è, in questo caso,  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

**Osservazione:**

Dal dominio vanno esclusi tutti gli elementi che fanno perdere di significato alla funzione.

**CASO 1: Funzione Razionale Fratta**

Si presenta del tipo:  $f(x) = \frac{h(x)}{g(x)}$  dove v'è posto  $g(x) \neq 0$

Andiamo a studiare l'equazione associata  $g(x)=0$ , troveremo così le eventuali soluzioni, ad esempio,  $x_1$  e  $x_2$ . Il dominio, in questo caso sarà dato da:

$$\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{x_1, x_2\}$$

Se invece  $g(x) = 0$  non dovesse avere soluzioni, il dominio sarà tutto  $\mathbb{R}$ ,  
 $\mathcal{D} = \mathbb{R}$

**Esempio 2:**  $f(x) = \frac{x-3}{x^2-5x+6}$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = 3$$

Quindi avremo che il dominio  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2, 3\}$ .



**Esempio 3:**  $f(x) = \frac{x-3}{x^2-5x+8}$

Posto  $x^2 - 5x + 8 \neq 0$  Si studi l'equazione associata  $x^2 - 5x - 8 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{5 \pm \sqrt{25-32}}{2}$$

è evidente che non si hanno soluzioni, essendo il discriminante minore di zero, quindi sarà anche in questo caso  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$

### CASO 2: Funzione Irrazionale (cioè con la $x$ sotto radice)

Avremo una situazione del tipo  $f(x) = \sqrt{g(x)}$  dove dovremo porre:  
 $g(x) \geq 0$

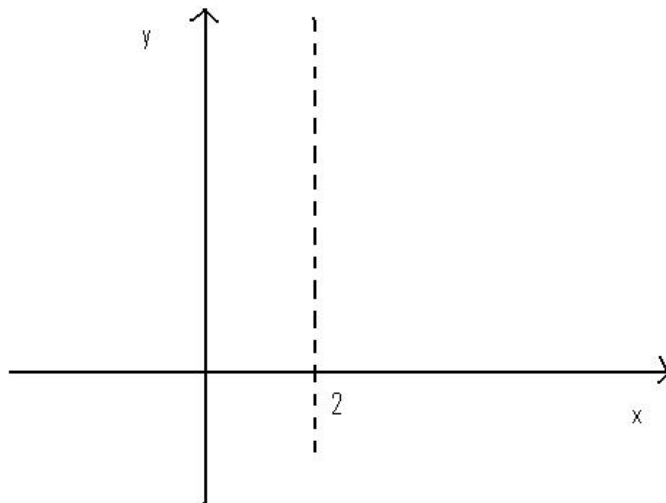
In questo caso il dominio  $\mathcal{D}$  sarà dato da:  $\mathcal{D} = \{x \in \mathbb{R} / g(x) \geq 0\}$

**Esempio 4:**  $f(x) = \sqrt{x-2}$

Si porrà  $x - 2 \geq 0$  da cui  $x \geq 2$

Il dominio risulterà quindi:

$$\mathcal{D} = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 2\}$$



La linea tratteggiata, indica che da 2 in poi inizia il dominio, cioè fino a  $+\infty$ , se vogliamo scritto come  $[2, +\infty)$ , con il valore 2 compreso.

**Esempio 5:**  $f(x) = \sqrt{x+2}$

Si porrà  $x + 2 \geq 0$  da cui  $x \geq -2$

**CASO 3: Funzione Logaritmica**

Avremo ad esempio:

$$f(x) = \log(g(x)) \Rightarrow g(x) > 0$$

Ne segue che il dominio sarà :  $\mathcal{D}\{x \in \mathbb{R}/g(x) > 0\}$

**Esempio 6:**  $f(x) = \log(2x - 8)$

Dove porremo  $2x - 8 > 0$

Da cui  $2x > 8$

Ed infine  $x > 4$

Il dominio sarà  $\mathcal{D} = \{x \in \mathbb{R}/x > 4\}$  od anche scritto come  $\mathcal{D} = (4, +\infty)$

