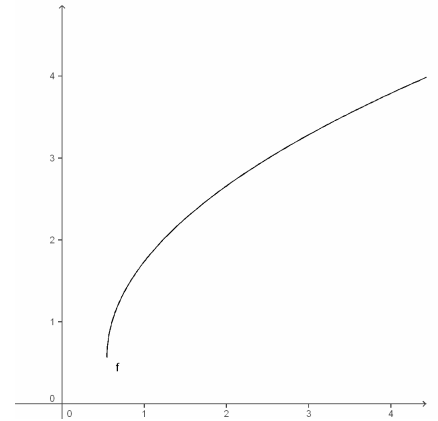


**Definizione di Funzione Monotona Crescente**

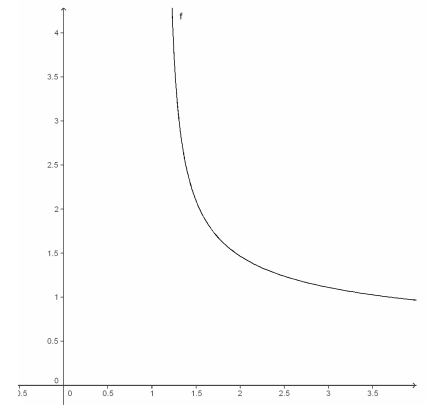
Sia f una funzione, essa si dice monotona **crescente** se

$$\forall x_1, x_2 \in R \text{ con } x_1 < x_2 \text{ accade che } f(x_1) < f(x_2)$$

**Definizione di Funzione Monotona Decrescente**

Sia f una funzione essa si dice monotona **decrescente** se

$$\forall x_1, x_2 \in R \text{ con } x_1 < x_2 \text{ accade che } f(x_1) > f(x_2)$$

**Esempio 1:**

Sia $f(x) = 4x^3 + 2$

$$x_1 < x_2$$

$$f(x_1) < f(x_2)$$

La prima cosa che dobbiamo fare è scegliere $x_1 < x_2$. Per rimanere in un caso generale, non possiamo scegliere x_1 ed x_2 con dei numeri assegnati (ad esempio $x_1 = 2$ ed $x_2 = 5$) perché così facendo non staremmo in un caso generale ma staremmo considerando solo un caso particolare. Chiunque potrebbe contestarci la veridicità della nostra affermazione, adducendo che con una diversa scelta di valori assegnati le cose potrebbero non funzionare.

Invece scegliendo

$x_1 = a$ ed $x_2 = a + 1$ con a numero reale positivo, rimaniamo in un caso generale ma abbiamo la certezza che $x_1 < x_2$.

Dobbiamo ora verificare che accada che:

$$f(x_1) < f(x_2) \quad (\text{se la funzione fosse crescente})$$

$$4a^3 + 2 < 4(a+1)^3 + 2$$

$$4a^3 + 2 < 3a^2 + 1 + 3a + 4a^3 + 2$$



$$3a^2 + 3a + 1 > 0$$

$$a_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 12}}{6}$$

In generale si otterrà una disequazione da studiare, ovvero la disequazione è:

- sempre vera \Rightarrow funzione crescente

- sempre falsa \Rightarrow funzione decrescente

- vera solo in alcuni casi \Rightarrow la funzione non è né crescente né decrescente

Nella disequazione dell'esempio, non essendoci soluzioni, ed essendo il segno di $a^2 > 0$ ed il segno della disequazione $>$, avremo che la x è vera solo in alcuni casi

Discussione sulla disequazione

Può accadere quindi che:

1) otteniamo una **disuguaglianza** sempre vera (es: $0 > -2$) e da ciò si deduce che la f è crescente

2) otteniamo una **disuguaglianza** sempre falsa (es $0 < -2$), così la funzione è decrescente

3) otteniamo una **disequazione** ovvero la x non si semplifica e la f non è né monotona crescente né monotona decrescente.

4) otteniamo una **disequazione** ovvero la x non si semplifica ma va studiato se la stessa ha soluzioni o meno, perché nel caso in cui ci siano solo intervalli limitati, allora la funzione non è né monotona crescente né monotona decrescente. Mentre se la disequazione rimane sempre soddisfatta, pur permanendo la x , allora la funzione è monotona crescente, mentre se non è soddisfatta mai, la funzione risulterà monotona decrescente.