Definizione di Funzione

Sia $f : A \rightarrow B$ una relazione tra insiemi. Diremo che vi è una corrispondenza tra A e B quando esiste una legge *f* tale che a qualche elemento A corrisponde un qualche elemento B.
Una corrispondenza prende il nome di FUNZIONE se:

$$\forall a \in A,\ \exists!\ b \in B \text{ t.c. } f(a) = b$$

Gli elementi degli insiemi A e B sono detti variabili, le prime variabili indipendenti, mentre le altre variabili dipendenti.

Il **DOMINIO** della funzione è l'insieme dei valori reali che possono attribuirsi alla variabile dell'insieme A affinché esista il corrispondente valore reale dell'insieme B.

Esempio di funzione:

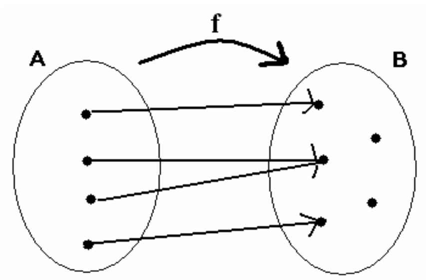


Figura 1

A = dominio e B = codominio

Rappresentazione di una funzione

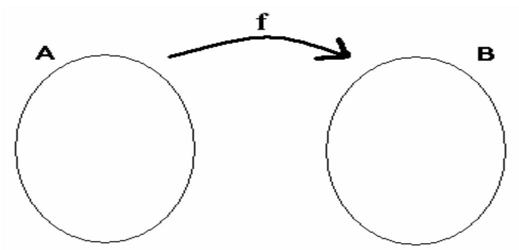


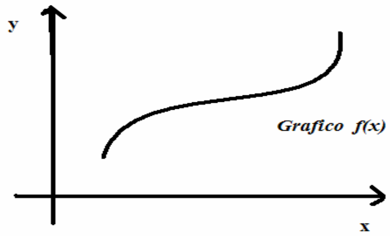
Figura 2

1) diagramma di Eulero–Venn, come in figura 1 e 2;

2) $f : A \rightarrow B$

$x \mapsto 3x$ (Sotto la funzione si scrive la legge o relazione, come ad esempio quella indicata sopra, che associa ad ogni numero il suo triplo)

3) Grafico di f(x)



il grafico non è nient'altro che la rappresentazione di una funzione sugli assi cartesiani. Ovviamente non è sempre così semplice disegnare il grafico di una funzione, non a caso per disegnarne il grafico bisogna eseguire lo studio di Funzione che è proprio oggetto del quinto anno di studio.

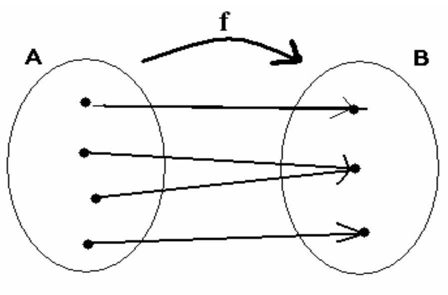
4) Notazione esplicita;
es: $f(x)=3x$, con $x \in A$
oppure scritto ad esempio senza la f, ma direttamente con la **y**, proprio ad indicare la sua rappresentazione sul grafico

$y=3x$, con $x \in A$

Definizione di Funzione iniettiva

Sia $f : A \to B$ una funzione.
f si dice iniettiva se $\forall\ a_1 \neq a_2$
con $a_1, a_2 \in A \quad \Rightarrow \quad f(a_1) \neq f(a_2)$

Esempio1:



Questa è una funzione, ma non iniettiva perché:
$f(a_1) = f(a_2)$, almeno per due punti del dominio.

Esempio2:
Sia $f(x)=x^2$ vediamo che essa non è iniettiva perché si ha:

$$x_1=1 \rightarrow f(x_1)=1$$

$$x_2=-1 \rightarrow f(x_2)=1$$

quindi essendo uguali le immagini dei due punti x_1 ed x_2, la funzione non soddisfa la condizione di iniettività

Definizione di Funzione Suriettiva

Sia $f: A \rightarrow B$ una funzione. Essa si dice **suriettiva** se

$$\forall b \in B,\ \exists\ a \in A \ \text{ t.c. } \ f(a)=b$$

Esempio 3:

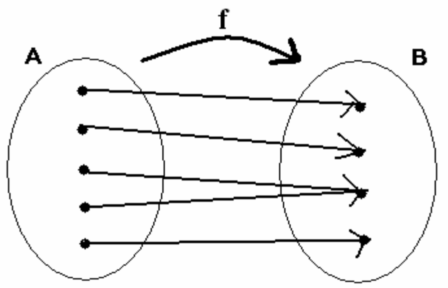


Figura 3

Questa, ad esempio è una funzione suriettiva perché tutti gli elementi in B sono occupati ma non è iniettiva

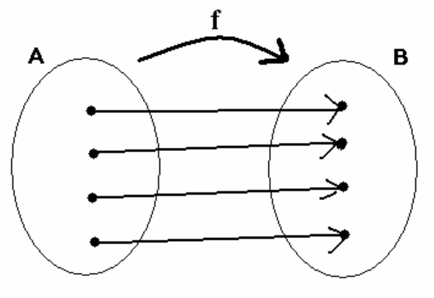
Definizione di Funzione biunivoca (o biiettiva)

Sia $f: A \rightarrow B$ una funzione. Essa si dice **biunivoca** se:

$$\forall b \in B,\ \exists!\ a \in A \ \text{ t.c. } \ f(a)=b$$

quindi quando una funzione si dice biunivoca significa che vi è una corrispondenza biunivoca tra gli elementi del dominio e quelli del codominio, ma stavolta accade che ad ogni elemento del dominio corrisponde uno ed uno solo elemento del codominio.

Esempio 4:



Questa è una funzione biunivoca, ovvero è sia iniettiva che suriettiva.

Osservazione: Tutte le rette sono biunivoche, tranne quelle del tipo

$$x = k \text{ con } k \in R$$

perché questo tipo di rette sono parallele all'asse delle **Y** e quindi non rappresentano proprio una funzione.