CONCETTO DI LIMITE

Il limite di una funzione si presenta sotto la forma di questa scrittura.

$\lim_{x \to x_0} f(x) = l$

Essa si legge in questo modo: limite per x che tende ad x_0 di $f(x)$ è uguale ad l dove l si dice anche limite della funzione $f(x)$ in un intorno di x_0.

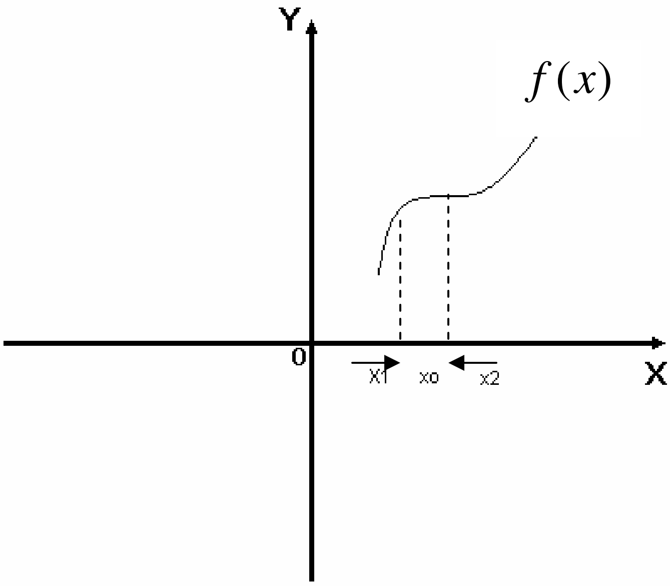


Figura 1

Osservazione 1

Calcolare il limite intorno ad un punto x_0 di una funzione $f(x)$ significa studiare l'andamento della funzione $f(x)$ intorno a quel punto senza considerare quale sia il valore della funzione $f(x_0)$.

Osservazione 2

Quindi nel calcolo del limite intorno ad un punto, la funzione può anche permettersi di non essere definita in quel punto. Ovviamente la funzione **deve** esistere però nell'intorno, altrimenti il limite non avrebbe senso.

Dispensa redatta da Delli Carri Antonello classe 5^W
Lezione del 07/10/08

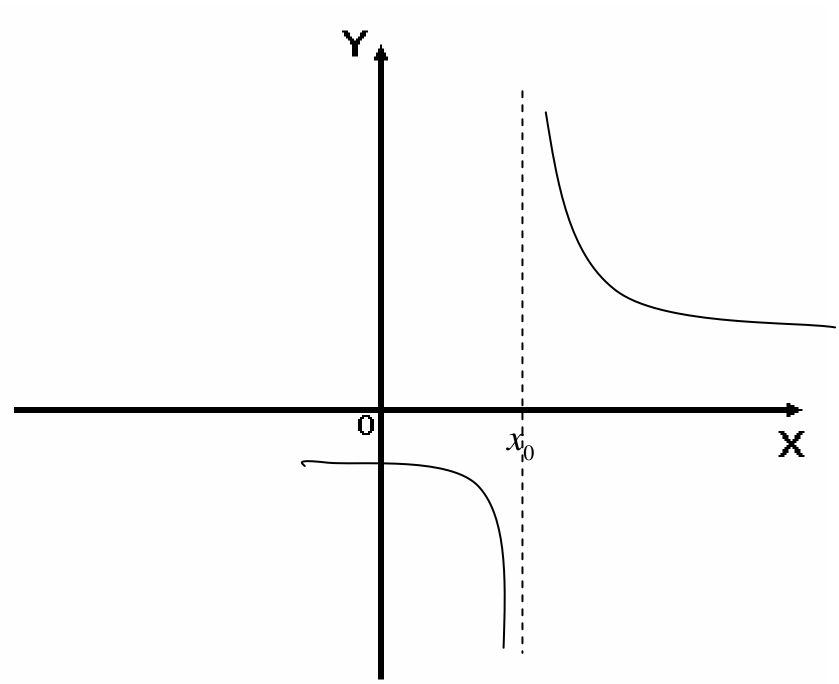
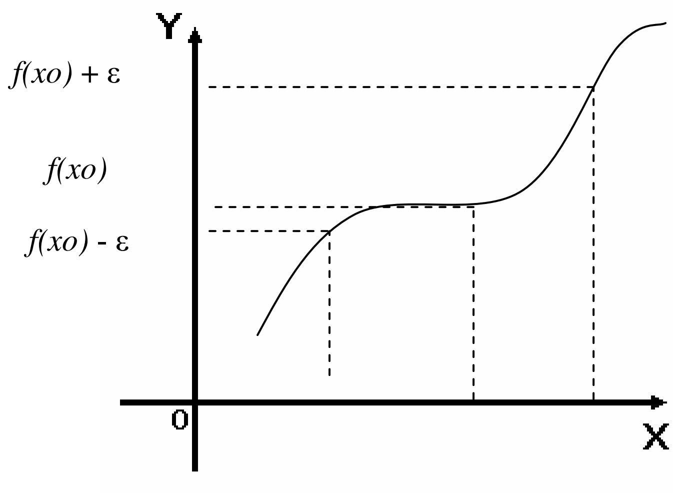


Figura 2

In situazioni come quella di figura 2 vedremo come sarà importante distinguere la situazione che avremo a sinistra ed a destra del punto x_0, perché appare evidente che la funzione di certo non si comporta alla stessa maniera dai due lati del punto considerato. Questa situazione sarà contemplata nella **Definizione 2** di limite *(cioè limite l che vale* ∞ *per* $x \to x_0$ *dove* x_0 *è un numero finito)*

DEFINIZIONE di Limite Finito per $x \to x_0$



Si definisce **limite** di una funzione $f(x)$ per $x \to x_0$, quando $\forall\ \varepsilon$>0 (piccolo a piacere) $\exists\ \delta(\varepsilon)$>0 t.c.

se $x \in (x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ accade che $|f(x) - l| < \varepsilon$ ovvero $l - \varepsilon < f(x) < l + \varepsilon$

APPARENTE ANOMALIA DELLA DEFINIZIONE

Nella definizione appare evidente che lo studio del limite parte da considerazioni sulle f (x) (ε è scelto come intorno di $f(x_0)$), per poi arrivare a considerare ciò che accade in un intorno di x_0.
Questa apparentemente è un anomalia della definizione perché sappiamo che lo studio del limite, per quanto detto, sta nel vedere il comportamento della funzione in un intorno di x_0. Quindi è sì vero che si parte dalla scelta dell' ε piccolo a piacere, ma subito dopo andremo a scegliere un $x \in (x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ in modo che la *f(x)* soddisfa la condizione riguardo il limite : $l - \varepsilon < f(x) < l + \varepsilon$.
Da quanto osservato, quindi, non vi è nessuna anomalia della definizione, ma è perfettamente verificabile con il procedimento appena descritto, sull'eventuale grafico della *f(x).*

Osservazione 3: Per il calcolo di un limite

La definizione di limite non viene mai utilizzata per il calcolo degli stessi, che sarà oggetto di successivo studio, ma solo per verificare il valore di un limite, (quindi il valore del limite deve essere già noto). Al contrario, con il calcolo del limite di una funzione utilizzando tecniche risolutive che studieremo in seguito, non faremo mai più ricorso alla definizione se non per una ulteriore prova di veridicità del limite trovato.