ASINTOTI:

Definizione di ***ASINTOTO:***

Si definisce ASINTOTO quella retta a cui la curva della funzione tende ad avvicinarsi senza mai toccarla.

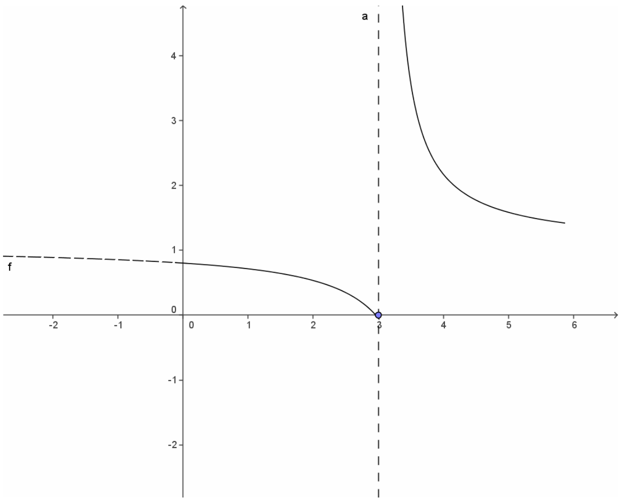
Definizione di ***ASINTOTO VERTICALE:***

La retta $x = c$ si chiama ASINTOTO VERTICALE se

$$\lim_{x \to c} f(x) = \pm\infty$$

Dire $x \to c$ significa calcolare $x \to c^-$ e $x \to c^+$, quindi fare il limite sinistro e destro della funzione.

ESEMPIO 1:



Nell' **ESEMPIO 1** la funzione ammette un asintoto verticale destro mentre NON vi è alcun asintoto verticale sinistro. Infatti:

$$\lim_{x \to c^+} f(x) = +\infty$$

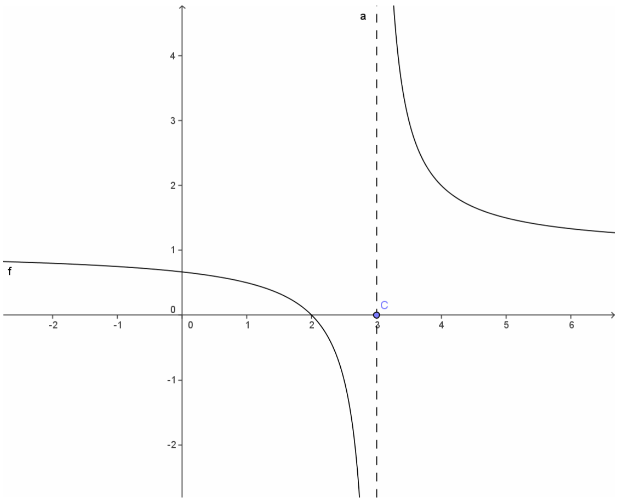
mentre

$$\lim_{x \to c^-} f(x) = 0$$

OSSERVAZIONE 1:

Quando esiste un asintoto verticale $x = c$ non è detto che la curva si comporti alla stessa maniera a sinistra e a destra del punto c.

ESEMPIO 2:

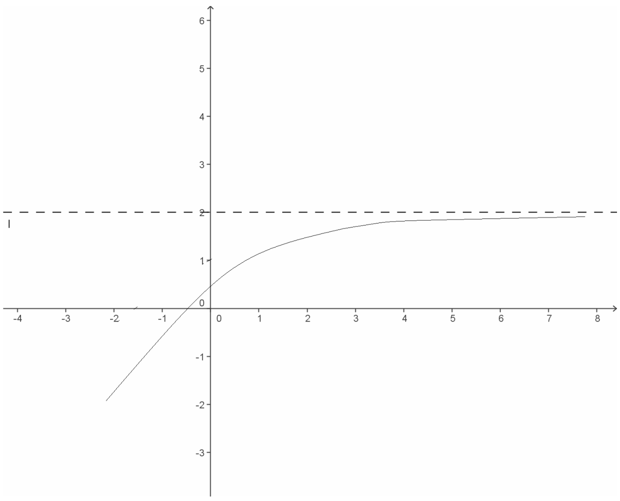


Nell' **ESEMPIO 2** abbiamo l'asintoto verticale propriamente detto, valido cioè sia a destra che a sinistra del punto c.

Definizione di ***ASINTOTO ORIZZONTALE DESTRO:***

Si definisce ASINTOTO ORIZZONTALE DESTRO una retta $y = l$,se

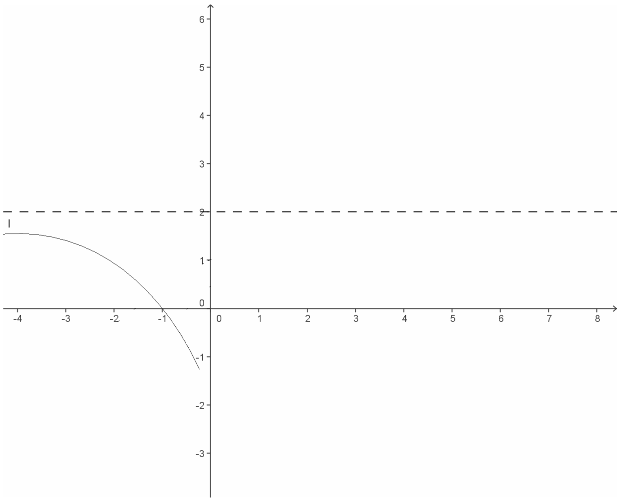
$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = l \qquad \text{(con } l \text{ finito)}$$



Definizione di ***ASINTOTO ORIZZONTALE SINISTRO:***

Si definisce ASINTOTO ORIZZONTALE SINISTRO una retta $y = l$, se

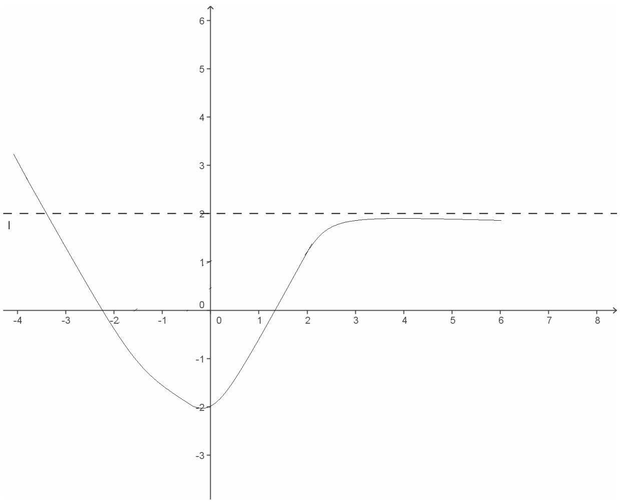
$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = l \qquad \text{(con } l \text{ finito)}$$



Possiamo individuare anche altri esempi sugli ASINTOTI ORIZZONTALI:

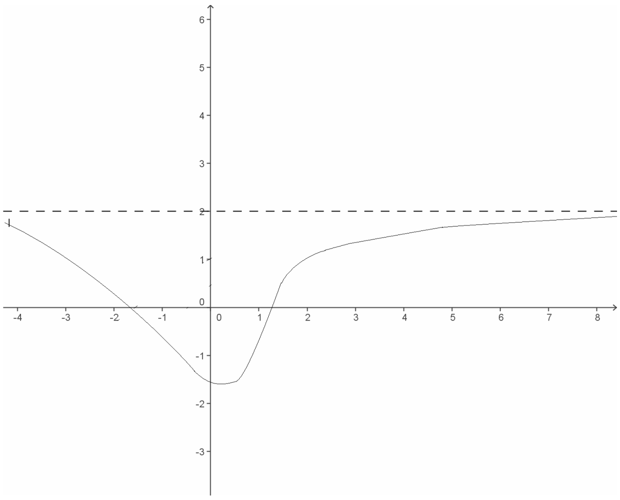
ESEMPIO 3:

La retta $y = l$ è ASINTOTO ORIZZONTALE DESTRO e non sinistro quando ci troviamo di fronte ad un grafico di questo tipo:



ESEMPIO 4:

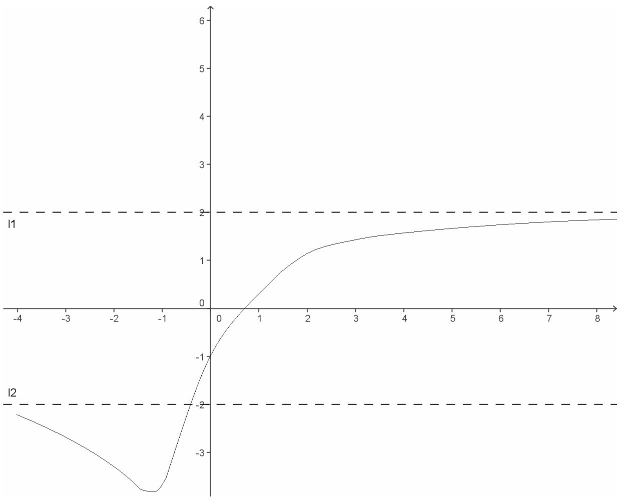
Ci sono anche casi in cui lo STESSO ASINTOTO ORIZZONTALE è sia destro che sinistro, come in questo grafico:



ESEMPIO 5:

Un ultimo esempio è dato quando la funzione ammette ASINTOTI ORIZZONTALI destro e sinistro che non coincidono tra loro:

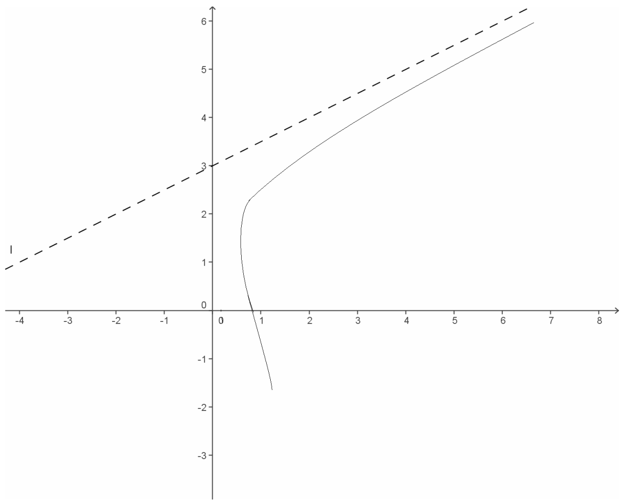
$$l_1 \neq l_2$$



$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = l_1 \qquad \text{mentre} \qquad \lim_{x \to -\infty} f(x) = l_2$$

ESEMPIO 6:

Possiamo anche accennare la presenza di ASINTOTI OBLIQUI che vengono studiati come gli altri ASINTOTI, ma sui quali parleremo in maniera più approfondita solo in seguito. Eccone un esempio grafico:



TEOREMA SUI LIMITI:

$$\lim_{x\to c} f(x) = l \Leftrightarrow \lim_{x\to c}[f(x) - l] = 0$$

(*Limite* di x che tende a c di $f(x)$ è uguale ad l se e solo se *Limite* di x che tende a c di $f(x) - l$ è uguale a *zero*).

Richiami teorici: ***Struttura di un teorema:***

Se $\underline{IPOTESI}$ allora $\underline{TESI}$

$$\downarrow \quad \Rightarrow \quad \downarrow$$

Ipotesi: le affermazioni che supponiamo essere VERE.
Tesi: ciò che dobbiamo dimostrare.

ESEMPIO: Un numero è pari se e solo se il suo quadrato è pari.

x numero pari $\Leftrightarrow$ x^2 pari

TEOREMA DI UNICITA' DEL LIMITE:

Se $f(x)$ ammette un limite finito l per $x \to c$, l è unico.

Richiami teorici: ***Tecnica per fare dimostrazioni:***

DIMOSTRAZIONE PER ASSURDO

$$\begin{array}{ccc} & & \text{FALSA} \\ & \nearrow & \\ \mathit{IPOTESI} \Rightarrow \mathit{TESI} & & \\ & \searrow & \\ & & \text{VERA} \end{array}$$

Si parte dal PRINCIPIO DEL TERZO ESCLUSO (un' affermazione è vera oppure falsa).

Supponiamo sia falsa l' IPOTESI:

Dopo vari passaggi algebrici in cui useremo definizioni o altri teoremi già dimostrati, arriveremo ad una contraddizione (ASSURDO).
La contraddizione è nata dall' aver supposto "falsa" l' ipotesi, quindi la stessa IPOTESI è per forza di cose "vera".