Valore assoluto o modulo

$$|a| = \begin{cases} +a & \text{se a} > 0 \\ -a & \text{se a} < 0 \end{cases}$$

Esempio

|x-2|= x-2 se x>2 oppure –x+2 se x<2

Radicali

$\sqrt{a^n} = b$ definizione $\sqrt{a}$ =b $\Rightarrow$ $b^2 = a$ con a> 0

esempio $\sqrt[3]{-8}$ = b $\Rightarrow$ b^3 = 8

$\sqrt{a}\ \sqrt{b} \Rightarrow \sqrt[n]{\ ab}$ solo se hanno la stessa radice.
Portare sotto la radice un termine fuori

$2\sqrt[3]{5}$ si fa $2^3 5$ quindi $\sqrt[3]{40}$

portare fuori la radice

$\sqrt[n]{ab^m}$

1) m=n

regola $b_n^m \sqrt[n]{a}$ esempio $\sqrt[3]{25^3} \Rightarrow 5\sqrt[3]{2}$

2)m è multiplo di n

$\sqrt[3]{25^6} \Rightarrow 25\sqrt{2}$

3) con m>n

$\sqrt[3]{25^5}$ scomponiamo il 5^5 in $5^3\,5^2$ quindi

$5\sqrt[3]{25^2}$

Equazione con i radicali

$\sqrt{x^2 - 2x + 1} =$ x+3 c.e. x^2+-2x+1≥ 0

svolgiamo la disequazione,dopo aver trovato la c.e,elevando primo e secondo membro al quadrato.

$(\sqrt{x^2 - 2x + 1})^2$=(x+3)^2

$x^2 - 2x + 1 = x^2 + 6x + 9$ semplificando e trasportando i termini, si ottiene:
8x = -8

da cui x =-1
equazione associata: x^2-2x+1=0

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4-4}}{2} = +1$$

sono concordi quindi valori esterni. C.E: $\forall x \in R$

Disequazione con i radicali

se $\sqrt{f(x)} > g(x)$

1° caso: se g(x) <0 dobbiamo solo calcolare la c.e, perché una radice quadrata è sempre maggiore di un numero negativo.

2° caso: se g(x) ≥ 0 mettiamo a sistema: $\left[\begin{array}{c} g(x) \geq 0 \\ f(x) \geq 0 \\ f(x) > g^2(x) \end{array}\right.$

Esempio: $\sqrt{x+3}$ >x+2 dobbiamo verificare se ci troviamo nel primo o nel secondo caso.

1° caso

$\begin{cases} x+2<0 \\ x+3 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x<-2 \\ x \geq -3 \end{cases}$ valori esterni quindi la soluzione è-3$\leq x < -2$

2° caso

$\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x+3 \geq 0 \\ x+3 > x^2+4x+4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \geq -3 \\ -x^2-3x-1>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \geq -3 \\ x^2+3x+1>0 \end{cases}$ da cui troviamo

x_1, x_2.......

se $\sqrt{f(x)} < g(x)$

1° caso: se g(x) <0 nessuna soluzione ;

2° caso si mette a sistema: $\begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) \geq 0 \\ f(x) < g^2(x) \end{cases}$

$\sqrt{3-x}$ < x+4

1 caso: x+4<0, x<-4 impossibile

$$\begin{cases} x+4 \geq 0 \\ 3-x \geq 0 \\ 3-x < x^2+8x+16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ x \leq 3 \\ -x^2-9x-13 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ x \leq 3 \\ x^2+9x+13 > 0 \end{cases}$$

Troviamo $x_1 = \dfrac{-9+\sqrt{29}}{2}$ $x_2 = \dfrac{-9-\sqrt{29}}{2}$

Mettendo a sistema la soluzione è S: $\dfrac{-9+\sqrt{29}}{2} < x \leq 3$