

**DEFINIZIONE DI FUNZIONE CONTINUA IN UN PUNTO**

Sia  $f(x)$  una funzione definita dal suo dominio  $f$ , si dice: Continua nel punto  $C$  se:

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$$

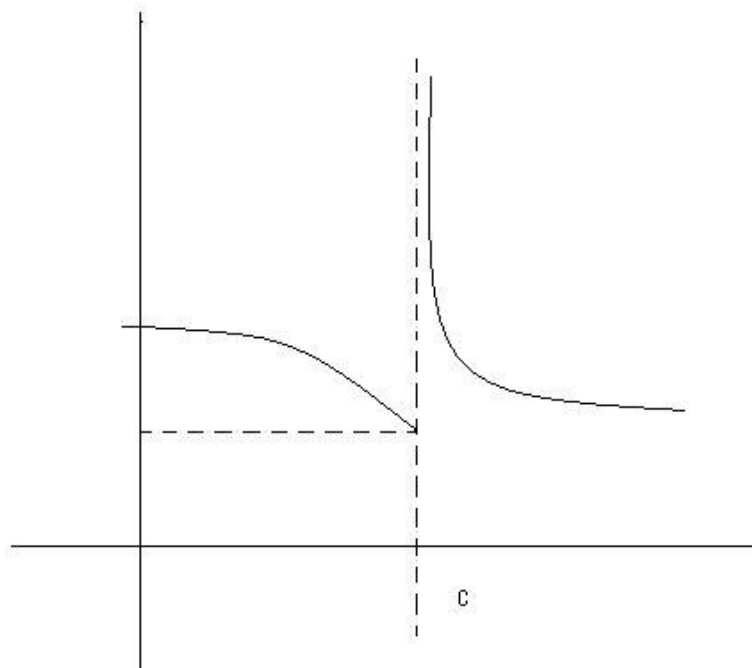
Questa condizione in realtà racchiude in sé tre condizioni:

1. • esistono i limiti sinistro e destro e sono finiti.

$$\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = l \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = l$$

2. • Esiste  $f(c)$
3. • I limiti destro e sinistro sono uguali fra di loro e sono uguali al valore della  $f$  nel punto  $C$ .

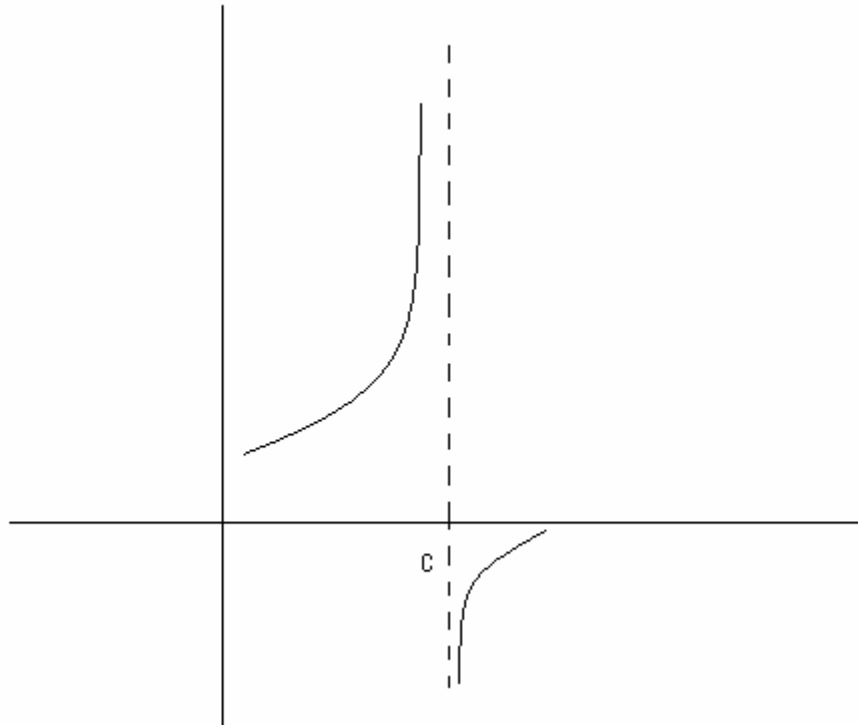
**Esempio:** Vediamo un esempio in cui non è verificata una delle condizioni.



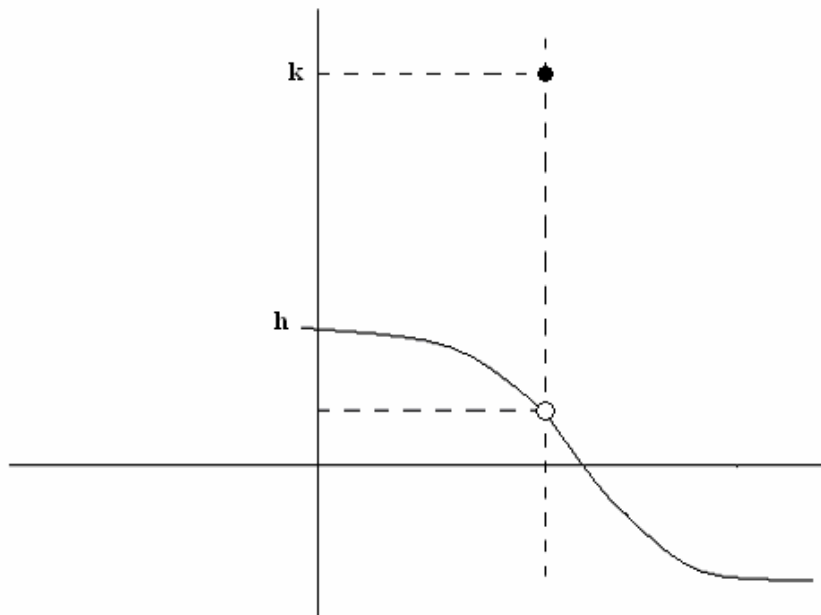
$$\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = l \quad \text{dove } l \text{ è finito}$$

$$\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = +\infty$$

Questa funzione, invece non risulta continua, non solo perché i limiti sinistro e destro sono diversi tra di loro, ma anche perché non esiste il valore  $f(c)$ , ovvero non sono verificate le condizioni (1) e (2).



**Esempio:** Funzione definita a tratti



$$f(x) = \begin{cases} g(x) & \text{per } x \neq c \\ k & \text{per } x = c \end{cases}$$

In una funzione definita a tratti, può succedere che la funzione è continua dovunque tranne che nel punto  $c$ . In questo caso sono soddisfatte le condizioni (1) e (2) ma non la (3).

**DEFINIZIONE: FUNZIONE CONTINUA IN UN INTERVALLO**

$f(x)$  si dice continua nell'intervallo  $(a,b)$  se è continua in ogni suo punto dell'intervallo, ovvero  $\forall x \in (a,b)$ .