Definizione di funzione infinitesima

Sia *f(x)* una funzione. Essa si dice infinitesima per $x \to c$, se

$$\lim_{x \to c} f(x) = 0$$

Esempio 1

$f(x)=\log(1+x)$ per $x \to 0$

$f(x)=\log(1+x) \to 0$, quindi è infinitesima

Esempio 2

$f(x)=x$ per $x \to 0$

si ha che $f(x) \to 0$, quindi è infinitesima

Definizione di funzione infinitesima di ordine superiore

Siano *f(x)* e *g(x)* due funzioni infinitesime per $x \to c$

Diremo che *f(x)* è infinitesimo di ordine superiore rispetto a *g(x)* se:

$$\lim_{x \to c} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$$

Definizione di funzione infinitesima di ordine inferiore

Siano *f(x)* e *g(x)* due funzione infinitesime per $x \to c$.
Diremo che *f(x)* è un infinitesimale di ordine inferiore rispetto a *g(x)* se:

$$\lim_{x \to c} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$$

Definizione di funzione infinitesima di stesso ordine

Siano *f(x)* e *g(x)* due funzione infinitesime per $x \to c$.
Diremo che *f(x)* è un infinitesimo dello stesso ordine rispetto a *g(x)* se:

$$\lim_{x \to c} \frac{f(x)}{g(x)} = l$$ dove l è finito e con $l \neq 0$, $l \neq \infty$

Definizione di funzione infinitesima di ordine α

Siano *f(x)* e *g(x)* due funzioni infinitesimi per $x \to c$.
Diremo che *f(x)* è un infinitesimo di ordine α rispetto a *g(x)* se:

$$\lim_{x \to c} \frac{f(x)}{[g(x)]^{\alpha}} = l \quad \text{dove } l \text{ è finito e con } l \neq 0,\ l \neq \infty$$

Quando dobbiamo stabilire l'ordine di infinitesimo, c'è bisogno di confrontare la nostra funzione *f(x)*, con una funzione campione di cui conosciamo l'ordine.
Quello che segue è un elenco di funzioni campione del 1° ordine.

Infinitesimo campione

di 1° ordine:

$g(x)=x \qquad se\ x \to 0$

$g(x)= \dfrac{1}{x} \qquad se\ \to +\infty$

$g(x)=x-c \qquad se\ x \to c$

queste invece sono di 2° ordine:

$g(x)=x^2 \qquad se\ x \to 0$

$g(x)= \dfrac{1}{x^2} \qquad se\ \to +\infty$

$g(x)=(x-c)^2 \qquad se\ x \to c$

e così via per l'ordine α :

$g(x)=x^{\alpha} \qquad se\ x \to 0$

$g(x)= \dfrac{1}{x^{\alpha}} \qquad se\ \to +\infty$

$g(x)=(x-c)^{\alpha} \qquad se\ x \to c$

Osservazione : nello svolgere esercizi in cui è necessario trovare l'ordine, appare evidente che l'ordine è il minimo valore per cui sia soddisfatto il limite:

$$\lim_{x \to c} \frac{f(x)}{[g(x)]^{\alpha}} = l \quad \text{dove } l \text{ è finito e con } l \neq 0,\ l \neq \infty$$

Definizione di funzione INFINITA

Sia *f(x)* una funzione. Essa si dice infinita per $x \to$c, se

$$\lim_{x \to c} f(x) = \infty$$

Esempio 1

f(x)=log (1+x) per $x \to \infty$

f(x)= log(1+x) → ∞, quindi è infinita

Esempio 2

f(x)=x per $x \to \infty$

si ha che *f(x)* →∞, quindi è infinita

Definizione di funzione infinita di ordine superiore

Siano *f(x)* e *g(x)* due funzioni infinite per $x \to$c

Diremo che *f(x)* è infinita di ordine superiore rispetto a g(x) se:

$$\lim_{x \to c} \frac{f(x)}{g(x)} = \infty$$

Definizione di funzione infinita di ordine inferiore

Siano *f(x)* e *g(x)* due funzione infinita per $x \to$c .
Diremo che *f(x)* è un infinito di ordine inferiore rispetto a *g(x)* se:

$$\lim_{x \to c} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$$

Definizione di funzione infinita di stesso ordine

Siano *f(x)* e *g(x)* due funzione infinite per $x \to$c.
Diremo che *f(x)* è un infinita dello stesso ordine rispetto a *g(x)* se:

$$\lim_{x \to c} \frac{f(x)}{g(x)} = l \quad \text{dove } l \text{ è finito e con } l \neq 0,\ l \neq \infty$$

Definizione di funzione infinita di ordine α

Siano *f(x)* e *g(x)* due funzioni infinite per $x \to$c.
Diremo che *f(x)* è un infinito di ordine α rispetto a *g(x)* se:

$$\lim_{x \to c} \frac{f(x)}{[g(x)]^{\alpha}} = l \quad \text{dove } l \text{ è finito e con } l \neq 0,\ l \neq \infty$$

Quando dobbiamo stabilire l'ordine di infinito, c'è bisogno di confrontare la nostra funzione *f(x)*, con una funzione campione di cui conosciamo l'ordine. Quello che segue è un elenco di funzioni campione del 1° ordine.

Infinite campione

di 1° ordine:

$g(x)=x$ se $x \to +\infty$

$g(x)=\dfrac{1}{x}$ se $x \to 0$

$g(x)=\dfrac{1}{x-c}$ se $x \to$ c

queste invece sono di 2° ordine:

$g(x)=x^2$ se $x \to +\infty$

$g(x)=\dfrac{1}{x^2}$ se $x \to 0$

$g(x)=\dfrac{1}{(x-c)^2}$ $se\ x \to c$

e così via per l'ordine α :

$g(x)=x^\alpha$ se $x \to +\infty$

$g(x)=\dfrac{1}{x^\alpha}$ se $x \to 0$

$g(x)=\dfrac{1}{(x-c)^\alpha}$ $se\ x \to c$

Osservazione : nello svolgere esercizi in cui è necessario trovare l'ordine, appare evidente che l'ordine è il minimo valore per cui sia soddisfatto il limite:

$\lim\limits_{x \to c} \dfrac{f(x)}{[g(x)]^\alpha} = l$ dove l è finito e con $l \neq 0$, $l \neq \infty$